KinKaban, N° 5 (jul-dic, 2018), pp. 47-66 ISSN: 2007-3690
Revista electrónica del ceicum Recibido: 24/octubre/2016
Centro de Estudios Interdisciplinarios de las Culturas Mesoamericanas, A.C. Aceptado: 8/noviembre/2017

CONCEPCIONES MATEMÁTICAS DE LOS ANTIGUOS PUEBLOS MESOAMERICANOS

Dossier

Rafael E. Villaseñor M.
Ceicum

Resumen
Estudios antropológicos cuyo objetivo es ofrecer explicaciones sobre la manera como se han conformado las culturas centran sus investigaciones en temas que permiten comprender el pensamiento de estos grupos sean contemporáneos o de la antigüedad. Con frecuencia abarcan asuntos como la religión, la lengua, su organización social, política o económica, o su cultura material entre otros. Adicionalmente, una vertiente de suma importancia en el estudio de los pueblos del pasado, es el relativo a los avances sobre diversos campos del saber, tales como la medicina, escritura, astronomía, y un sinnúmero de disciplinas, que en las concepciones de las culturas mesoamericanas tienen sus símiles o equivalentes con respecto del conocimiento occidental.

No obstante, un tema que no se ha abordado lo suficiente es el de las matemáticas como elemento constituyente de la cultura. Los componentes fundamentales de ésta, así como la lengua y la escritura, permiten conformar el desarrollo de otras ramas del conocimiento. Por ello, las matemáticas, al igual que la lengua y la escritura, son los cimientos sobre los cuales descansa el desarrollo de otras áreas de la *gnosis*, como la astronomía, la arquitectura, la calendárica y muchas más. Éstas usualmente se encuentran en diversos aspectos que conforman a la sociedad y su cultura, y por tanto merecen ser estudiadas de manera sistemática, con profundidad y detalle, sin descuidar el estudio global incluyente de los diversos campos en los que se manifiestan. En consecuencia, al ser uno de los elementos constituyentes básicos de la cultura, en este trabajo se revisan varias expresiones matemáticas presentes en los pueblos mesoamericanos. No es el objetivo hacer un análisis detallado de cada una de ellas, tan sólo, hacer una exposición de las mismas, su existencia y las características básicas que las conforman y determinan como componentes de las concepciones matemáticas mesoamericanas.

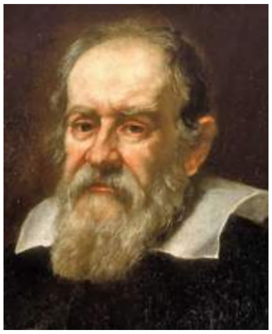
Abstract
Anthropological studies in search of explanations regarding the ways cultures have been shaped focus their investigations on topics that provide understanding on their thinking, whether related to contemporary or ancient groups. They often address issues such as religion, language, or social, political, or economic organization, or their material culture, amongst others. In addition, of paramount importance in the study of the peoples of the past, is that related to various fields of knowledge, such as medicine, writing, astronomy, and a myriad of disciplines, that in conceptions of the Mesoamerican cultures, have their similes or equivalents with respect to Western knowledge.

However, an issue that has not been sufficiently addressed is that of mathematics as a constituent element of culture. The fundamental components of this, just as do language and writing, allow the development of other branches of knowledge. Therefore, mathematics, like language and writing, is a foundation on which the development of other areas of *gnosis*, such as astronomy, architecture, calendrics, and many more rest. They are usually present in various aspects that build up the society and its culture, and therefore deserve to be studied in a systematic way, in depth and detail, without neglecting the inclusive global study of the various fields in which they manifest themselves. Consequently, as one of the basic constituent elements of culture, this work reviews several mathematical expressions present in Mesoamerican peoples. It is not the goal of this work to make a detailed analysis of each one, just to exhibit them, show their existence and the basic characteristics that make them the constituents of the Mesoamerican mathematical conceptions.

Palabras clave: matemáticas mesoamericanas, aritmética en Mesoamérica, sistema numérico mesoamericano, geometría mesoamericana

Key words: Mesoamerican mathematics, arithmetic in Mesoamerica, Mesoamerican numeric system, Mesoamerican geometry

Dossier



Galileo Galilei (imagen tomada de internet)

Introducción

A Galileo se atribuye la sentencia «las matemáticas son el alfabeto con el cual Dios creó el universo». Si esto es así, entonces sería posible ver en el progreso de las distintas culturas una correspondencia en el tema de las matemáticas. Las antiguas civilizaciones mesoamericanas realizaron sus propias aportaciones al desarrollo de la humanidad, con pueblos que surgieron, progresaron y algunos desaparecieron, no sin dejar huella de su paso, y otros más que han permanecido hasta nuestros días, en un continuo proceso de reelaboración de su cultura. Las matemáticas han sido para ellos un componente necesario en el desenvolvimiento de estos procesos culturales; no obstante, pensamos que es un tema que no se ha estudiado lo suficiente, aunque existe información dispersa sobre el mismo. Es por ello que se ha decidido hacer una presentación de las distintas manifestaciones matemáticas que surgieron en Mesoamérica, con el propósito de estimular futuros trabajos de investigación que permitan explicar, de mejor manera, lo que éstas fueron para los antiguos pueblos mesoamericanos, y cómo han pervivido hasta nuestros días en aquellos lugares donde se han realizado esfuerzos por mantener las tradiciones culturales de los ancestros.

En este ensayo se hace una breve *sinopsis* de la historia y desarrollo de las matemáticas occidentales, no para realizar un trabajo de comparación, sino con objeto de establecer un marco de referencia conocido —el occidental— y que nos permita tener una mejor comprensión del tema, para efectos de clasificación. En este breve recuento de la historia y desarrollo de las matemáticas, se aprecia cómo distintos pueblos participaron, por medio de sus hombres sabios, para aportar conocimiento y nuevos elementos a esta disciplina. También es posible ver las distintas ramas o herramientas de las matemáticas que surgieron a lo largo del tiempo, que son lo que permite llevar a cabo la taxonomía requerida.

En una segunda sección, se hace una sucinta presentación de la filosofía de las matemáticas, con objeto de poder establecer los criterios necesarios que permiten definir lo que se entiende por esta disciplina. Se tiene claro que estas definiciones filosóficas han sido expresadas desde la perspectiva de la cultura occidental, y por ello no todas éstas habrán de cumplirse a cabalidad por las matemáticas mesoamericanas; no obstante, se plantean aquí como una propuesta a partir de la cual iniciar trabajos sistemáticos de investigación sobre este tópico y como consecuencia, establecer las características que definan de mejor manera este conocimiento mesoamericano.

En una tercera sección, se exponen las distintas manifestaciones de las matemáticas que se han encontrado en Mesoamérica, a partir de los discursos arquitectónicos, artísticos, lingüísticos, escriturarios y demás expresiones culturales. No se hace una exhaustiva ni detallada presentación de éstas, ya que no es el objeto del presente trabajo; más bien, se muestran de manera general para que queden claramente identificadas, con una pequeña exposición de las razones para considerar a cada una de ellas, ramas de las matemáticas. En algunos casos, se hace referencia a estudios muy específicos sobre el asunto en cuestión, ya que existen estos tipos de trabajos, pero en otros no hay suficiente investigación y por tanto resulta importante profundizar en su análisis. Adicionalmente, la visión general que se ofrece en esta obra pretende integrar aquellos trabajos detallados que ya han sido realizados, desde una perspectiva de las matemáticas mesoamericanas.

Algunos antecedentes sobre las matemáticas

Los desarrollos del conocimiento humano en gran medida han sido consecuencia de la necesidad de entender los fenómenos de la naturaleza que los antiguos pobladores observaron en su momento. Un ejemplo de esto se puede apreciar en la manera como ha progresado el conocimiento astronómico; en éste, las luces observadas en el cielo han pasado de ser consideradas deidades o fuerzas sobrenaturales a astros, y por tanto, las disquisiciones mitológicas han requerido de otras que puedan expresar mejor lo que sucede con los diversos fenómenos observados. Todo esto implica la necesidad de llevar a cabo modelos que suministren esas explicaciones. Una herramienta para lograr lo anterior, son las matemáticas, que no sólo han servido para generar los modelos necesarios para calcular el movimiento de los planetas, la Luna, el Sol y las estrellas, sino para prácticamente todas las actividades del ser humano.

Las matemáticas, con sus distintas ramas que la componen, han sido las inseparables compañeras de la astronomía; por ejemplo, la geometría tuvo importantes aplicaciones en la descripción de las agrupaciones y movimientos de los cuerpos celestes. Los primeros astrónomos occidentales,[1] como Claudio Ptolomeo (S. II

[1] Con esta expresión no se quiere implicar que antes de Ptolomeo no hubiera existido observación astronómica. Ciertamente, el escrutinio del cielo se da desde tiempos inmemoriales, no sólo por "astrónomos" de la cultura occidental, sino de otras latitudes y longitudes. Es a partir de esos primeros reconocimientos, los registros y mediciones efectuadas como consecuencia de ello, las que se suman a los datos

d.C.), Nicolás Copérnico (1473-1543), Tycho Brahe (1546-1601), Galileo Galilei (1564-1642) y Johannes Kepler (1571-1630), sólo para mencionar a algunos, requirieron medir ángulos, arcos y círculos, así como hacer cuantiosos cálculos matemáticos para definir los movimientos celestes (Schifferes 1960b:358; c:371-374; d:1-6). Con el tiempo los primeros modelos no fueron capaces de explicar todos los fenómenos,[2] por lo que la observación continua fue complementada por cálculos adicionales, así como por el auxilio de otras ramas de las matemáticas que, después de un largo proceso, llevaron a comprender que un modelo heliocéntrico, con órbitas planetarias elípticas y no las circulares de una concepción geocéntrica, explica mejor la realidad del cosmos.

De esta manera, se desarrollaron ramas de las matemáticas como la aritmética, el álgebra, la geometría plana y espacial, la trigonometría y el cálculo diferencial e integral, entre otras más. Con ellas se lograron explicar no sólo los movimientos de los astros, sino otros fenómenos de la naturaleza como el efecto que la fuerza de gravedad causa en los distintos cuerpos, expuesta por Isaac Newton (1642-1727) en su Ley de la Gravitación Universal (Schifferes 1960e:276-280).

Pero las matemáticas occidentales, de hecho, en parte tuvieron sus orígenes en otras culturas como la antigua India. Juan Miguel de Mora y Marja Ludwika (2003:19-29) exponen sobre la antigüedad de Los *Vedas*, libros sagrados de la India, cuya edad oscila entre unos cinco mil a 1750 años antes de nuestra era, para los más antiguos, dependiendo de los investigadores sanscritistas a los que se acceda, y entre los siglos VIII y VII antes de nuestra era, para los más recientes. En estos libros, explican los autores, se hace mención a distintas formas de matemáticas. Otras obras que refieren son las de los jainas, escritas entre el 500 a.C. y el 100 d.C., de las que afirman, todas ellas contienen algún tipo de matemáticas. Una clase más de documentos que mencionan, son los *śulvasūtras*, escritos entre el 800 y 700 a.C. el más antiguo y otros dos antes del S. VI a.C. Lo significativo de éstos, cuyo nombre significa "*sūtras* del cordel de medir", es que, dicen estos autores, «son las obras más antiguas de geometría hindú que se conocen» (de Mora y Ludwika 2003:58).

No obstante lo anterior, hablar de la historia de las matemáticas implica hacer mención de aquellos hombres de las culturas babilonia, egipcia, arábiga y helénica, cuyas contribuciones llevaron a conformar las bases de lo que hoy conocemos como matemáticas. Por ejemplo, el desarrollo de los calendarios más tempranos, que obedecen a la observación del Sol y la Luna, requirió de alguna forma de abstracción matemática que permitiera cifrar las cuentas de los días y dividir o agrupar los ciclos astronómicos en distintos periodos. Así, ya desde el año 4236 a.C., los egipcios contaban con un calendario anual perfectamente funcional, en principio con base en el ciclo lunar y posteriormente uno sideral. Armonizado con las salidas heliacas de Sirio, establecieron un calendario de 365 días que fue dividido en tres temporadas de cuatro meses cada una. Por su parte, los antiguos babilonios desarrollaron un calendario solar, que fue sincronizado con la salida del Sol alineado con la avenida principal de su ciudad en el día más largo del año, el solsticio de verano. De esta manera, los movimientos de los cuerpos celestes fueron utilizados para medir el paso del tiempo (Schifferes 1960a:234).

Agrimensura, Tumba de Naht, sección B (imagen tomada de internet)

Breve recuento de la historia de las matemáticas occidentales

Desde épocas muy tempranas, los antiguos egipcios aprendieron a realizar el cálculo de áreas y establecer el volumen de los bloques utilizados para la construcción. De hecho, se puede considerar a las matemáticas pre-helénicas como de naturaleza empírica, ya que éstas surgen a partir de la necesidad de medir las extensiones de tierra para el pago de impuestos en el antiguo Egipto. De igual forma, los babilonios y otros pueblos de Asia Central y del Sur, requirieron hacer uso de las matemáticas para proyectos de ingeniería, finanzas y administración, y agricultura con el uso de calendarios. Pero estas primeras matemáticas parten de procedimientos de ensayo y error, por lo cual no se encuentran en ellas trazas de demostraciones lógicas; es por tanto, a partir de esos más tempranos ejercicios que se establecen los primeros pasos en el desarrollo de la trigonometría con mediciones de ángulos. No obstante, «existe un abismo entre el empirismo práctico de los agrimensores que parcelaban los campos del antiguo Egipto, y la geometría de los griegos del siglo VI a.C.» (Bell 1985:14). Los procesos deductivos son introducidos por los griegos, aunque no se conoce al detalle el nivel de

recabados y procesados a partir de sus propios sondeos, que Ptolomeo logra crear su modelo, con lo que pretende explicar el movimiento celeste.

[2] Tomas Kuhn (2005:257, 271) explica cómo los cambios de paradigma ocasionan cambios en la percepción científica. Así, en los tiempos de Copérnico, se hacen distinciones útiles con lo que se deja de ver al Sol como un "planeta" y todos los cuerpos celestes se ven de manera diferente. Por lo anterior, no se dice que el sistema Ptolemaico hubiera sido correcto, para luego cambiar por el Copernicano, sino que es el modelo el que permite expresar de manera más acertada la realidad observada, una vez que el paradigma ha sido modificado.

aportación que las matemáticas orientales hicieran a las occidentales. Esta aportación griega significa que los hechos matemáticos deben quedar establecidos no por medio de procedimientos empíricos, sino a través del razonamiento deductivo (Eves 1961:431). Es en los tiempos de Eudoxo (S. IV a.C.) cuando se origina la tendencia de las matemáticas hacia la deducción a partir de postulados y que toma forma de manera clara y precisa hasta el siguiente siglo, en los *Elementos* de Euclides (Courant y Robbins 2002:17).

Elementos de Euclides (imagen tomada de internet)

En las matemáticas helénicas tiene preponderancia la geometría; sin embargo, también existe en ellas representación de otros temas como la teoría de números, el álgebra geométrica y la trigonometría. En Jonia, Tales de Mileto (*c*. 640-546 a.C.) realizó importantes aportaciones en la rama de la geometría plana, ya que formalizó las abstracciones necesarias a partir del empirismo egipcio (Schifferes 1960a:235, 238). Conviene señalar que los egipcios desarrollaron su sistema numérico decimal, lo mismo que los babilonios, aunque estos últimos, principalmente utilizaron el sistema sexagesimal para los cálculos matemáticos y astronómicos.

Entre los siglos VI y V a.C., los pitagóricos se dedicaron al estudio de las matemáticas y propusieron un buen número de teoremas de geometría, así como sobre las propiedades de los números primos —los que sólo son divisibles entre sí mismos y entre 1— y de los números irracionales —los que no se expresan con números ordinarios, como $\sqrt{2} = 1.414213562\ldots$[3]—. Entre los teoremas expresados, destaca el del triángulo rectángulo que declara que el valor del cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, aunque de tiempo atrás, los egipcios ya tenían conocimiento de este concepto, pues sabían que esto era cierto para un triángulo rectángulo de relación 3:4:5 (Schifferes 1960a:242). Por su parte, los babilonios del periodo Antiguo-Babilonio alrededor del 1600 a.C., por métodos de aproximación —al efectuar el cálculo de $\sqrt{2}$—, eran capaces de determinar la diagonal de un cuadrado a partir de sus lados, lo que implica que este teorema "pitagórico" era conocido por los babilonios unos mil años antes de Pitágoras (Neugebauer 1957:36).

Hacia el siglo III a.C., floreció la escuela Alejandrina que se caracterizó porque en ella se desarrollaron disciplinas tales como la geometría, el álgebra y la trigonometría entre otras. Uno de los máximos representantes de ésta fue Euclides, quien, hacia el 300 a.C. destaca por su obra *Elementos de Geometría*. Arquímedes (*c*. 287-212 a.C.) sobresale como matemático, no sólo teórico, sino también como experimentador. Otra contribución notable de ese siglo fue la de Eratóstenes, que al aplicar los fundamentos de la trigonometría —por medio de proyecciones de sombras—, logró calcular las dimensiones de la Tierra; asumiendo que ésta fuera una esfera, determinó su circunferencia en el equivalente a 46,242 km (Schifferes 1960b:355-358), cuando la cifra más correcta será de unos 40,074 km en el ecuador y de 39,954 la meridiana. Con las necesidades impuestas por la astronomía griega, Claudio Ptolomeo resume en su *Almagesto* las principales características de la geometría esférica. Es él quien sienta las bases y da los primeros pasos en el desarrollo de la trigonometría plana como un suplemento para el cálculo de la trigonometría esférica (Bell 1985:111-115).

En el siglo IX d.C., el pueblo árabe adquiere una mayor relevancia en el desarrollo del conocimiento científico y filosófico de la cultura occidental. Aunque comprendidos como árabes, los hombres que realizaron estos trabajos fueron en realidad sirios, persas y judíos principalmente, con nombres árabes que escribieron en esa lengua. Uno de los más notables fue el persa Al-Khuwarizmi (S. IX d.C.), quien introdujo el sistema numérico que utilizamos hoy día, con notación posicional —que determina el valor del guarismo a partir de su posición en una serie de dígitos— y el signo 0 sin valor propio. Este trabajo lo lleva a cabo a partir del conocimiento de los indios, quienes desarrollaron el sistema desde una época tan temprana como el siglo III a.C. y que además introdujeron la idea de los números negativos. Otra de las aportaciones de Al-Khuwarizmi es su tratado sobre álgebra —palabra de origen árabe *al-jebr* "unión de partes rotas"—, también basado en fuentes indias (Schifferes 1960c:298; *cfr*. De Mora y Ludwika 2003:41-43). De hecho, con el surgimiento temprano del álgebra, el hindú Arybhatta (S. VI d.C.) sugiere el uso de

[3] Los números racionales son aquellos que se expresan como la razón o cociente de dos números enteros *m*/*n*. En contraste, los números irracionales no se pueden expresar bajo esa fórmula *m*/*n*, como los números $\sqrt{2}$ o el número Π "3.141592…" (*cfr*. Bell 1985:71).

letras para representar incógnitas. Posteriormente, con Brahmagupta (S. VII d.C.) se distinguen, entre otras características del álgebra, los números negativos con un punto, pero es hasta el año de 1489 cuando el alemán Widmann inventa los signos + y – para ser utilizados en las operaciones algebraicas (Bell 1985:105, 107).

PTOLEMAEI
MATHEMATICÆ
constructionis Liber primus
græce & latine
editus.

ADDITÆ EXPLICATIONES ALIquot locorum ab ERASMO RHEINHOLT Salueldensi.

I. L.

VVITTEBERGAE
Ex Officina Iohannis Lufft.
ANNO
1549.

Matemáticas de Ptolomeo (tomado de internet)

El desarrollo de las matemáticas continuó con las aportaciones de las culturas india y musulmana, estableciéndose en Europa hacia el S. XI y con la introducción del sistema numérico hindú-arábigo en el S. XIII. Después de un periodo de estancamiento, es hasta los siglos XV y XVI que se presenta un resurgimiento de las matemáticas en las ramas de la aritmética, el álgebra y la trigonometría, debido a la influencia y las necesidades prácticas del comercio, la navegación, la astronomía, y la inspección y el registro de nuevos territorios. En el S. XVII surgen nuevas aportaciones como los logaritmos, las leyes de los movimientos planetarios, la geometría proyectiva y analítica, nuevas teorías de números y de probabilidad, y el cálculo. Todas éstas contribuyen de diversas maneras a ofrecer explicaciones de la realidad, así como para los desarrollos prácticos en el ámbito científico y tecnológico, que los tiempos demandaban (Eves 1961:432).

Otro pueblo que conviene mencionar en esta breve *sinopsis* de la historia antigua y el desarrollo de las matemáticas, es el babilonio y la región de Mesopotamia, significativo por la abundante cantidad de "textos" cuneiformes, escritos en tablillas de arcilla. Las del llamado periodo "Antiguo-Babilonio" (1800-1600 a.C.) incluyen contenidos matemáticos, pero no astronómicos. Un segundo periodo del que se tienen cuantiosos textos astronómicos, de carácter matemático, es el conocido como periodo "Seleucido" que corre desde cerca del 300 a.C., hasta los inicios de nuestra era. Sin entrar en todos los detalles y características de los contenidos de estas tablillas, es conveniente considerar algunos puntos significativos para este trabajo. Como ya se mencionó, los babilonios utilizan predominantemente un sistema de notación numérica sexagesimal, con valor por posición, pero cabe aclarar que con la ausencia del uso del cero. Existen registros del periodo Seleucido en los que se observa que para evitar una lectura errónea por la falta del cero, aumentaban el espacio de separación entre los números de diferente orden, aunque esto resulta confuso, pues en ocasiones existe una mayor separación sin que sea representativa de la ausencia de valor. Para resolver este problema, utilizaron un signo de separación en los textos astronómicos tardíos, pero no como valor o signo del cero. Otro punto que se observa es que, desde los textos matemáticos del periodo Antiguo-Babilonio, aparecen registros que dan muestra del conocimiento y uso de cantidades numéricas fraccionarias. Como parte de los problemas de relaciones entre números, considerados en las tablillas de este periodo, también existen ejemplos que tratan de los temas de sumas de cuadrados consecutivos o progresiones aritméticas (Neugebauer 1957:16-20, 40).

En contraste, en el álgebra babilonia los conceptos geométricos juegan un papel secundario, ya que para ellos la importancia matemática de un problema radica en la solución aritmética. Para los babilonios, la geometría no es una disciplina especial de las matemáticas, sino que se le da un tratamiento al mismo nivel que cualquier otra forma de relaciones numéricas entre objetos. Sin embargo, en 1936 fueron excavadas unas tablillas de contenido matemático en Susa, situada a unos 320 km de Babilonia. Sorprendentemente, éstas tienen una orientación significativa hacia la geometría, con listas de coeficientes relativos al triángulo equilátero, o con cálculos de relaciones entre figuras geométricas, así como otros problemas algebraicos (Neugebauer 1957:42, 46, 47; *cfr.* Bell 1985:25, 38, ss.).

Dossier

Algunos conceptos filosóficos y de definición de las matemáticas

Existe una diferencia sustancial entre el empirismo práctico y el razonamiento deductivo; al respecto, E. T. Bell (1985:14) dice que «las matemáticas no existen sin la estricta demostración deductiva a partir de hipótesis admitidas y claramente establecidas como tales». Los experimentos y la inducción práctica de observaciones cotidianas preceden, por tanto, a las matemáticas, ya que éstas se establecen cuando sus reglas se deducen de supuestos explícitos. El razonamiento deductivo parte de la abstracción y simplificación que se hace de las observaciones, así, las matemáticas permiten hacer descripciones racionales de las experiencias que concuerdan plenamente con las abstracciones a partir de las observaciones realizadas. Con esto, la abstracción otorga a las matemáticas una utilidad práctica (Bell 1985:15, 18, 19). Esta posición resulta un tanto cuanto radical entre miembros de la comunidad matemática, que prefieren una relación más equilibrada entre lo inductivo y lo deductivo; sobre el tema, Courant y Robbins (2002:17) expresan que la tendencia deductiva sigue siendo una característica de las matemáticas actuales, pero aclaran que «hay que dejar en claro que las aplicaciones y la relación con la realidad física tuvieron un papel de igual importancia en las matemáticas de la antigüedad».

Bell (1985:22, 23) habla de cinco corrientes o conceptos que caracterizan a las matemáticas occidentales. Las primeras dos corresponden al número y a la forma. Por su parte, los números cardinales[4] conducen a los siguientes dos conceptos, el de lo discreto, que implica discontinuidad; y por otra parte, con los números irracionales, el cálculo de áreas y volúmenes, así como otros aspectos más, se inventa el concepto de continuidad. La quinta corriente de las matemáticas tiene que ver con el desarrollo de aquellas conocidas como matemáticas puras. También explica que existen dos perspectivas del universo aportadas por los antiguos griegos a las matemáticas, que son

> el reconocimiento explícito de que la demostración por el razonamiento deductivo ofrece una base para las estructuras del número y la forma [… y] la conjetura atrevida de que la naturaleza puede ser comprendida por los seres humanos a través de las matemáticas, y que las matemáticas es el lenguaje [*sic*] más adecuado para idealizar la complejidad de la naturaleza y reducirla a una sencillez comprensible (Bell 1985:65).

Si nos situamos exclusivamente en el terreno de la filosofía de las matemáticas, en ésta se plantean cuatro definiciones fundamentales de las matemáticas, que dependen, por un lado de la orientación de las investigaciones y por el otro de los distintos modos de considerar sus funciones, sobre todo en el conjunto de las otras ciencias. Estas cuatro definiciones —que reflejan conceptos filosóficos acerca de la naturaleza y los fundamentos de las matemáticas— se pueden resumir como sigue (Abbagnano 2004:684-687):

1. Como la ciencia de la cantidad, que construye su teoría —Aristotélica— por medio de la abstracción, prescindiendo de los factores cualitativos y limitándose exclusivamente a considerar la cantidad y la continuidad.
2. Se considera a las matemáticas como la ciencia —Descartiana— de las relaciones estrechamente ligada a la lógica. Por tanto, se pueden definir como un método lógico, cuyas proposiciones son ecuaciones.
3. Desde la perspectiva de la corriente formulista, las matemáticas son “la ciencia de lo posible”; esto es, aquello que no implica contradicción. De esta manera se concibe como un simple cálculo que no exige interpretación alguna. Se trata, pues, de un sistema axiomático donde la demostración es un procedimiento mecánico.
4. Concepción que considera a las matemáticas como la ciencia que tiene por objeto la posibilidad de la construcción, basada en el intuicionismo y que por tanto implica que la matemática sea concebida independiente de la experiencia. Este intuicionismo no apela a formas de intuición *a priori*, empírica o mística. Así, la construcción de éste es conceptual, sin referirse a hechos empíricos. Con base en estas cuestiones, A. Heyting (1934, IV:3) resume que:

   > 1) La matemática pura es una creación libre del espíritu y no tiene en sí relación alguna con los hechos de experiencia; 2) la simple comprobación de un hecho de experiencia contiene siempre la identificación de un sistema matemático; 3) el método de la ciencia de la naturaleza consiste en reunir los sistemas matemáticos contenidos en las experiencias aisladas en un sistema meramente matemático construido con esta finalidad.

No es el interés de este trabajo entrar en la discusión filosófica de las matemáticas, simplemente, a la sazón, establecer cuáles han sido las posiciones más destacadas respecto de la concepción de las matemáticas occidentales. El objetivo es poder establecer un marco de referencia que nos permita acotar las concepciones que de las matemáticas construyeron los antiguos pueblos mesoamericanos. Es claro que no existen textos de la época prehispánica que definan cómo conceptualizaron ellos las matemáticas, pero existen registros que nos permiten inferirlo, por el uso y aplicación de éstas. Sobre este asunto, conviene destacar lo que señalan Courant y Robbins (2002:19) cuando establecen un punto más equilibrado entre los factores de inducción-deducción en las matemáticas, que si bien lo refieren a la observación científica, resulta de particular significación en el contexto de las matemáticas mesoamericanas, pues dicen que

> […] para los propósitos de la observación científica un objeto queda completamente determinado por la totalidad de sus relaciones posibles con el sujeto o el instrumento que lo perciben […] deben coordinarse e interpretarse con referencia a alguna entidad fundamental, una “cosa en sí” […] Para el proceder científico es importante […]

[4] Los números cardinales son los que forman la serie infinita de enteros 1, 2, 3,…

considerar siempre a los hechos observables como la fuente última de nociones y construcciones.

De lo anterior se desprende que la investigación de las matemáticas en Mesoamérica deberá orientarse a determinar el grado de empirismo-deducción realizada por los pueblos precolombinos. De igual manera, éstas deben dirigirse a ver los procesos de abstracción que permitieron explicar realidades observadas por medio de "deducciones matemáticas" o ramas de ésta, así como la utilidad práctica de las matemáticas desarrolladas en Mesoamérica. En el mismo sentido, si se toman como referencia las cinco corrientes de las matemáticas que Bell explica, se puede estudiar la concepción que los mesoamericanos hicieron de los números y las formas y sus interrelaciones; el uso de números cardinales y cómo éstos establecen entre ellos los conceptos de lo discreto/discontinuo. Y surge la pregunta, dado que no existen representaciones de números fraccionarios, hasta qué grado se puede hablar del uso de números racionales/irracionales, y como consecuencia de ello del concepto de continuidad.

Un punto significativo que señala E. T. Bell es el hecho de que las matemáticas permiten explicar la naturaleza, reduciendo su complejidad a una sencillez tal que permita al hombre entenderla. Por tanto, conviene investigar el sentido que tuvieron los registros numéricos-matemáticos como medios para explicar los fenómenos naturales, como por ejemplo los movimientos y las estaciones de ciertos astros en el cielo, a los que se les dio una connotación divina y que en un inicio se explicaron por medio de mitos, pero cuando estas explicaciones no fueron capaces de satisfacer ciertos hechos, fue entonces necesario buscar otras explicaciones que lo hicieran y permitieran prever eventos que pudieran ser benéficos o infaustos.

Por último, el estudio de las matemáticas en Mesoamérica permitirá, desde una perspectiva antropológica, apreciar la universalidad de los procesos del pensamiento humano, ya que como se puede observar en la breve *sinopsis* del desarrollo e historia de las matemáticas, en el Viejo Mundo se da una conformación gradual de éstas, con la concurrencia de distintos pueblos, que finalmente consienten en concepciones similares. Por otra parte, cuando Mesoamérica desarrolla sus propias matemáticas, muchos aspectos de éstas resultan similares a lo que ocurre en los otros continentes, a pesar de su "aislamiento"; tal puede ser el caso de ciertas concepciones numéricas o de sistemas de numeración, como el decimal y sexagesimal *versus* el vigesimal mesoamericano. De ahí que, como resume Heyting a la matemática como creación libre del espíritu, a ésta se le podría agregar que tiene un carácter universal, entre otras razones, debido a que en Mesoamérica se ve el hecho de que la comprobación de la experiencia también se ofrece por medio de sistemas matemáticos.

Ramas de las matemáticas en Mesoamérica

En Mesoamérica no existen tratados específicos sobre matemáticas de la manera que se encuentran en el Viejo Mundo; no obstante, las diversas expresiones que tienen un cierto contenido de esta materia, permiten inferir las concepciones que tuvieron los antiguos pobladores de Mesoamérica sobre las mismas. A continuación se enuncian una serie de puntos que destacan el uso de alguna rama de las matemáticas; a lo largo de esta exposición, se privilegiarán los datos provenientes de la cultura maya, por ser ésta la que cuenta con la mayor cantidad de registros, además de tener una escritura más compleja, desarrollada a lo largo de un periodo muy amplio, que se inicia desde el Preclásico Tardío, hasta el momento del contacto con los europeos. A pesar de ello, se incluyen algunas referencias a otros pueblos, para mostrar cómo estos elementos culturales fueron compartidos y utilizados a lo largo y ancho de todo el territorio mesoamericano.

Expresiones más tempranas de escritura en Mesoamérica

Sistema numérico

En primer lugar conviene señalar el sistema numérico que fue utilizado de manera generalizada en Mesoamérica. A pesar de las diferencias regionales, es posible notar cierta uniformidad en el sistema; se trata de un sistema vigesimal, que manifiesta variaciones regionales, como el caso de conformar el sistema vigesimal con una sub-base 5 para el caso de la cultura nahua y una sub-base 10 en el caso de la maya, lo mismo que para la zapoteca. Lo anterior se determina a partir de la escritura, así como de la construcción lingüística de los números.

Las más claras expresiones de la vigesimalidad se encuentran en los registros calendáricos de Cuenta Larga (CL), que adicionalmente muestran que el sistema numérico utiliza la notación por posición con uso de un signo para el cero con valor propio. En estos registros, sobresalen los del Clásico maya, que dividen los periodos

Bak'tun, *K'atun*, *Tun*, *Winal* y *K'in*, en incrementos de 20; esto es, 20 kines forman un *Winal*, 18 winales equivalen a un *Tun*, 20 tunes a un *K'atun* y 20 katunes a un *Bak'tun*. Nótese que en el segundo orden o posición, se rompe la secuencia estricta vigesimal, ya que en lugar de formar un *Tun* con 20 winales, éste se compone de tan sólo 18. Esta es una característica establecida para el calendario, pues un *tun* equivale a 360 días, la misma cantidad que las 18 veintenas que conforman el calendario solar *Ha'ab*, sin incluir los cinco días adicionales *Wayeb'*, requeridos para completar el ciclo de 365 días (*cfr*. Thompson 1960:141).

No obstante que en el caso particular del calendario el sistema no es estrictamente vigesimal, es factible que, para otras cuestiones de la vida cotidiana, sí se hubiera utilizado un sistema enteramente vigesimal. Sobre el tema, Landa (1994:119) dice:

> Que su contar es de cinco en cinco hasta 20, y de 20 en 20 hasta 100, y de 100 en 100 hasta 400, y de 400 en 400 hasta 8000; y de esta cuenta se servían mucho para la contratación del cacao. Tienen otras cuentas muy largas y que las extienden *ad infinitum* contando 8 mil 20 veces, que son 160 mil, y tornando a duplicar por 20 estas 160 mil, y después de irlo así duplicando por 20 hasta que hacen un incontable número […]

Pero el uso de un sistema enteramente vigesimal también parece estar presente en algunos registros calendáricos, aunque ciertamente no en los del Clásico y el Posclásico. Por ejemplo, Herbert J. Spinden (1924:103-106) refiere que los cakchiqueles utilizan un sistema de conteo de días vigesimal puro, lo que es confirmado posteriormente por Barbara Tedlock (1992:94), quien menciona que en su calendario se tienen tunes de 400 días (*cfr*. Thompson 1960:142; Satterthwaite 1947:8, 9; Villaseñor 2007:109, 110).

Antes de hacer algunas acotaciones sobre la notación posicional, es importante tener presente, que a diferencia de lo que sucede en las culturas del Viejo Mundo, en las que existen diversos signos para cada numeral, en el caso mesoamericano, por lo general los números se escriben con tan sólo tres signos. En primer lugar, en la CL maya, cada guarismo se escribe con puntos y barras, el primero para las unidades y la segunda para representar cinco, el cero se caracteriza con una concha en los códices prehispánicos, y por lo general, en los monumentos del Clásico, por medio de una flor de cuatro pétalos; esta notación con tan sólo tres signos permite una gran simplicidad para la realización de operaciones aritméticas, por complejas que sean (Romero 2004). Sin embargo, existen diversas maneras de escribir los números, aún durante el Clásico, y esto es por medio de las llamadas variantes de cabeza y las variantes de cuerpo completo, de las que se harán algunos comentarios más adelante.

Sobre la manera de anotar los números con puntos y barras, esta escritura está presente desde las épocas más tempranas. Se observa en los registros más antiguos como el Monumento 3 de San José Mogote, las Estelas 12 y 13 de Monte Albán, la Pintura 3 de la Cueva de Oxtotitlán y el Sello cilíndrico de San Andrés, todos los cuales presentan días de la Cuenta de 260 Días —*Tzolk'in*, *Pije* o *Tonalpohualli*— cuyos numerales se expresan con puntos y barras que no exceden al número 13; esto es, el equivalente a un solo dígito, del primer orden en notación vigesimal (*cfr*. Marcus y Flannery 1996:37, 160; Grove 1970:46, 52; Phol *et al.* 2002; Villaseñor 2007:18, 153, ss). En cuanto a las representaciones más tempranas del registro de CL, con notación posicional *quasi*-vigesimal, éstas surgen en otras regiones que la maya, y destacan la Estela C de Tres Zapotes con una fecha 7.16.6.16.18 (32 a.C.), la Estela 1 de El Baúl que registra la fecha 7.19.15.7.12 (37 d.C.), la Estela 1 de La Mojarra que contiene dos registros de CL, 8.6.2.4.17 y 8.5.16.9.7 (162 y 143 d.C.), y la Estatuilla de los Tuxtlas del 8.6.2.4.17 (162 d.C.), entre otras inscripciones más, tanto dentro como fuera del área maya (Soustelle 1984:145; Sharer 1998:97, 112; Marcus 2000:6, 16; *cfr*. Villaseñor 2007:107-110). En todos estos casos, la notación posicional se exhibe de conformidad con la normalización que se hizo desde los más tempranos momentos, lo que quiere decir que todo el número se coloca en posición vertical, formando una columna de dígitos, en la que los guarismos de menor orden se colocan en la posición inferior, y conforme se accede al siguiente orden, se asciende en la columna. Esta notación, como cualquier otro sistema de numeración posicional, al margen de la base[5] utilizada, permite realizar con toda facilidad y precisión operaciones aritméticas y cuantificar cualquier objeto por grande que éste sea, como puede verse en la Estela 1 de Cobá (Wagner 2000:283; Villaseñor 2007:110).

Con relación a la escritura de los números en Mesoamérica, por lo general se utilizan, como ya se señaló, tres signos, el punto, la barra y la concha o flor de cuatro pétalos, con valores de uno, cinco y cero respectivamente, este último exclusivo de la notación posicional. Sin embargo, la cultura nahua desarrolló su propia escritura, que le permitió asignar distintos signos para los diferentes valores que conforman los órdenes del sistema vigesimal, que no posicional. En cuanto a las unidades del uno al 19, la escritura se hacía por medio de puntos, uno por cada unidad. Es frecuente, en los códices, tanto de cultura nahua como los Mixteca-Puebla, que en los nombres calendáricos, los puntos se agrupen de cinco en cinco, separando cada grupo por medio de un pequeño guión que une ambos grupos. Hay que resaltar que en estos casos, por tratarse de números asociados a la Cuenta de 260 Días, éste nunca es mayor a 13. Cuando se trata de números mayores,

[5] La base numérica es la que sirve para determinar cada orden de nivel en el sistema de numeración; esto es, el sistema decimal es base 10, el vigesimal base 20, el sexagesimal base 60, etcétera.

asociados por lo general a objetos como mercancías, el número 20 se escribe con una bandera, el 400 con una espiga y el 8000 con una bolsa de copal decorada. No obstante lo anterior, también es común que en códices del grupo Borgia se utilice la notación de puntos y barras cuando se trata de conjuntos de ofrendas, como se muestra en las páginas 15 a 25 del *Códice Cospi*, o las páginas 5 a 22 del *Fejérváry-Mayer*.[6]

numeración, tan sólo baste decir que, a partir de este punto, la estructura es similar, a la cual se le incorpora la raíz del número 20, otorgándole su característica vigesimal.

De manera similar, en el caso de la numeración maya, ésta se compone adicionalmente de una sub-base 10. En la tabla 2 se observa con toda claridad la adición de la raíz del número 10 *lajun* a los números de la primera decena para conformar la segunda.

Ejemplos de números mesoamericanos en códices

Los sistemas numéricos mesoamericanos, además de conformarse con base veinte, se construyen con otra sub-base que se puede apreciar en las expresiones verbales de los números. Sobre éstas, en caso del sistema numérico náhuatl, se observa una composición vigesimal con sub-base cinco, aunque en los pueblos prehispánicos, de esa cultura, no existió la concepción del cero ni la notación posicional. En la tabla 1 se muestra cómo la raíz del número 6 *chic* se añade a los números del uno al cuatro para formar del seis al nueve. Luego, la raíz del número 10 *mahtlahtli* se adiciona a los números del uno al cuatro para formar los numerales del 11 al 14, y la raíz del 15 *caxtolli* se antepone a los números del uno al cuatro para generar del 16 al 19. No abundaremos en la construcción de toda la

1	*jun*	11	*b'uluk*
2	*ka*	12	*kalajun* (*ka* + *lajun*)
3	*ux*	13	*oxlajun*
4	*kan*	14	*kanlajun*
5	*jo*	15	*jolajun*
6	*wak*	16	*waklajun*
7	*wuk*	17	*wuklajun*
8	*waxak*	18	*waxaklajun*
9	*b'olon*	19	*b'olonlajun*
10	*lajun*	20	*jun kal*

Tabla 2: Numeración maya yucateco (tomado de Calvin 2004:7).

1	*ce*	11	*mahtlahtlin-ce* (*mahtlahtli* + *n* + *ce*)
2	*ome*	12	*mahtlahtlin-ome*
3	*yei*	13	*mahtlahtlin-yei*
4	*nahui*	14	*mahtlahtlin-nahui*
5	*macuilli*	15	*caxtolli*
6	*chicua-ce* (*chic* + *ua* + *ce*)	16	*caxtollin-ce* (*caxtolli* + *n* + *ce*)
7	*chicome* (*chic* + *ome*)	17	*caxtollin-ome*
8	*chic-uei*	18	*caxtollin-yei*
9	*chic-nahui*	19	*caxtollin-nahui*
10	*mahtlahtli*	20	*cempohualli*

Tabla 1: Numeración náhuatl (tomado de Medina 1999:9).

Por último, en la construcción de los números zapotecos, se aprecia el uso de una sub-base 10 adicional. Nuevamente, en la tabla 3, se pueden observar las expresiones para los números que conforman la primera veintena, que puede no ser muy clara en ésta, pues no se aprecia de forma definitiva el uso de la raíz del número 10 en la segunda decena. No obstante, a partir de la segunda veintena, la construcción base 10 resulta por demás evidente, ya que la raíz de cada inicio de decena se agrega a la expresión

[6] Paginación propuesta por Miguel León Portilla (2005).

numérica de los primeros 10 numerales. De lo anterior se observa la existencia del sistema vigesimal con distintas sub-bases para diferentes regiones.[7]

1	*ttubi*	20	*galhia*
2	*chupa*	21	*ttuera* (*ttu + era*)
3	*tsunna*	22	*chuperua*
4	*ttapa*	23	*ttsunerua*
5	*gayu*	30	*rerua*
6	*xxupa*	31	*rerua bixxi ttu*
7	*gasi*	32	*rerua bixxi chupa*
8	*xxunu*	33	*rerua bixxi tsunna*
9	*jaa*	40	*chua*
10	*tsii*	41	*chua bixxi ttu*
11	*sinea*	42	*chua bixxi chupa*
12	*tsi'inu*	43	*chua bixxi tsunna*
13	*si'intse*	50	*tsieyona*
14	*sitá*	51	*tsieyona bixxi ttu*
15	*tsinu*	52	*tsieyona bixxi chupa*
16	*sixupa*	53	*tsieyona bixxi tsunna*
17	*tsini*	60	*gayuna*
18	*sixunu*	61	*gayuna bixxi ttu*
19	*chennia*	62	*gayuna bixxi chupa*

Tabla 3: Numeración zapoteca (tomado de Valverde 2005).

La geometría

En Mesoamérica hay evidencias del uso y desarrollo de la geometría. Al igual que en el sistema numérico y otras manifestaciones de las matemáticas, no existe ningún documento que haga un tratamiento teórico del tema; sin embargo, el uso que se hizo de ésta puede inferirse de las distintas expresiones o representaciones que implicaron un conocimiento y dominio del mismo.

Una de las primeras manifestaciones del conocimiento de la geometría es el manejo de los ángulos; al respecto, Franz Tichy (1991, 1993) propone la hipótesis de que los antiguos mesoamericanos pudieron haber utilizado un estándar de medida angular equivalente a 4.5°. Esta medida equivale a dividir el círculo en 80 partes iguales, en las que un cuarto de círculo se dividirá en 20 partes, estableciendo un grado de compatibilidad con el sistema vigesimal (Tichy1991:194-204; *cfr*. Villaseñor 2009). Adicionalmente, Tichy (1993:283-284) sugiere que esto les habría permitido determinar las orientaciones axiales de sus estructuras por métodos geométricos.

Otra de las evidencias del uso de esta herramienta, se encuentra en las proporciones de los rectángulos, de tal manera que las diagonales mantienen un patrón definido de ángulos. Margarita Martínez del Sobral (2000) realiza un estudio sobre relaciones de proporción, manejos de ángulos y otros conceptos de la geometría que son palpables en las expresiones plásticas mesoamericanas. Otras manifestaciones de la geometría se ven reflejadas en las relaciones áureas o en razones equivalentes a √2, que se plasman tanto en monumentos y diversas expresiones artísticas como en el urbanismo de emplazamientos arquitectónicos (Martínez 2000:35-39, 90; Ponce de León 2006:126-129, 135-138).

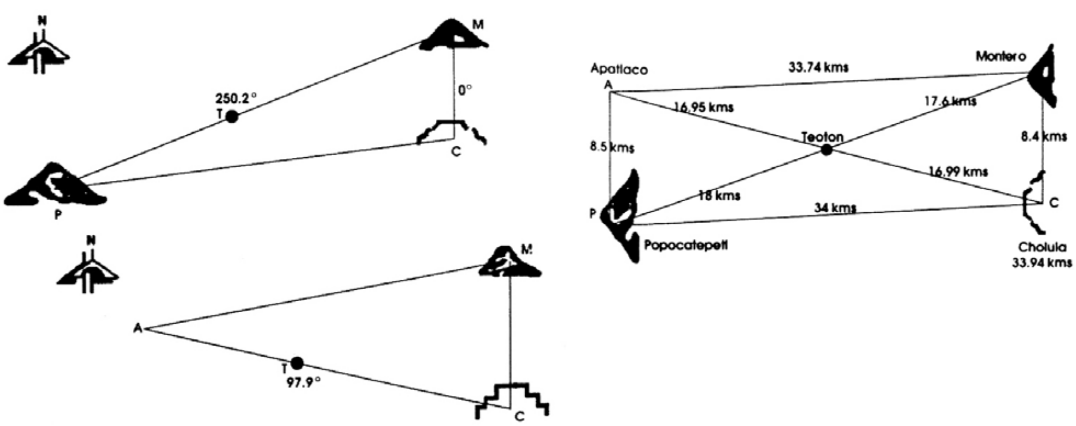
En otro ámbito de la geometría, se desconoce con detalle el avance que pudo existir en el manejo de los triángulos y las relaciones de éstos, particularmente de los triángulos rectángulos; sin embargo, al observar la calidad constructiva de las estructuras, es patente que tenían medios para determinar un ángulo recto. No existen evidencias de algún instrumento para ello, aunque, por otro lado, es común el uso de la relación del triángulo rectángulo 3:4:5 para la construcción de líneas perpendiculares (Martínez 2000:43). Surge pues la interrogante de si los antiguos mesoamericanos habrán tenido conocimiento de esta relación que hubiera sido utilizada para tales fines, o habrán esgrimido algún método de trazo de una línea perpendicular a partir de curvas que se cruzan. Sea cual fuere la técnica empleada, ésta tuvo que haber sido geométrica. Otro ejemplo de la aplicación de algún procedimiento geométrico utilizado en la construcción de las estructuras prehispánicas, es el que tiene que ver con la inclinación de las alfardas y escalinatas, en forma tal que se relacionan con la orientación de la estructura. En este caso, las inclinaciones se diseñan de tal manera que el Sol no produce sombra de la alfarda, o se hace "rasante", en un día particular del año, cuando éste se alinea con el eje de la estructura (Ponce de León 1991; 2006:139-149). En la actualidad, hacer un diseño de esta naturaleza implica el uso de la geometría descriptiva, con lo cual no se sugiere que ese hubiera sido el proceso utilizado por los antiguos arquitectos mesoamericanos, pero que demuestra una vez más que debió haber existido algún tipo de herramientas de la geometría mesoamericana utilizadas en el diseño y construcción de sus edificios.

Un tema que se ha estudiado poco en Mesoamérica es el relativo al cálculo de áreas. En el sitio Epiclásico de La Quemada, Zacatecas, las investigaciones arqueológicas han revelado que en su planeación arquitectónica fueron utilizados conceptos no sólo astronómicos sino también matemáticos y en particular geométricos. El estudio de las unidades de medida (UM) determinadas para ese sitio revela que la UM básica se subdividía en medios, tercios, quintos, sextos y décimos. El patio de La Ciudadela tiene ciertas dimensiones que, en términos de la UM, se acercan de manera significativa a números importantes como los calendáricos y otros. Sin entrar en todos los detalles, entre éstas se tiene que «la distancia entre las esquinas del cuerpo inferior del altar central y las esquinas opuestas (interiores) del patio es de 13.09 [U]M» (Lelgemann 1997:110), pero lo interesante es que en el conjunto de medidas de los distintos lados que oscilan alrededor del número 26, el área

[7] Para una descripción más específica acerca del uso de distintas bases numéricas, así como de la construcción de los sistemas de numeración en otras partes del mundo, se puede consultar Barriga 2010:15-39, *cfr*. Dehouve 2011:28-36.

del interior del patio es de 583 $^{7}/_{9}$ UM^2, dimensión que claramente representa el ciclo sinódico de Venus. En otro ejercicio similar realizado en La Pirámide, se determina que el valor deseado y obtenido del área fue de 52 UM^2. En La Sala Hipóstila existen relaciones de medida en los distintos puntos que la conforman, siendo su área interior igual a 351 UM^2, obtenida con lados interiores de 18 UM por 19 ½ UM y una diagonal de 26 ½ UM. Como se puede apreciar, todas estas cifras tienen un claro significado calendárico —el 18 y el 19 ½ (20) se relacionan con las 18 veintenas del calendario solar, el 26 equivale a dos trecenas—. En esta sala existen otros elementos que no se mencionan por abreviar este trabajo, pero que muestran la composición de esos 351 UM^2, por dos componentes de superficie, uno de 91 UM^2 y la otra de 260 UM^2, lo que demuestra la preponderancia de las cifras calendáricas en las dimensiones de las áreas —91 equivale a ¼ del año solar y 260 a la Cuenta de los Días—. De hecho, se observa una preferencia en las medidas exactas para las áreas, que sean significativas, más que en la diagonal y los lados

Sitio Epiclásico, La Quemada, Zac.



Geometría del cerro Teoton, Pue. (tomado de Tucker, 2001, figs. 6, 7, 8)

Dossier

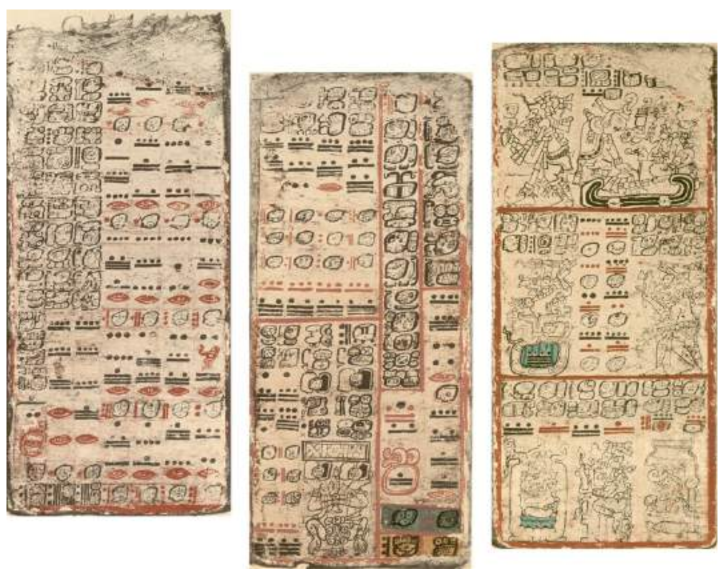
(Lelgemann 1997:113, 114),[8] lo que resulta sugerente en términos del manejo y determinación de los valores de las superficies.

Un ejemplo adicional sobre el uso de los procedimientos geométricos es el que expone Tim Tucker (2001) en su estudio sobre el asentamiento prehispánico de Cerro Teotón (Puebla), donde el autor propone que la ubicación de este sitio fue determinada por su localización en la geografía circundante. Al observar la posición del Sol en el horizonte oriental en la fecha 19 de mayo, desde el propio Cerro Teotón, éste sale detrás del volcán La Malinche, con un acimut de 69.67°. Esta visual enlaza en una sola línea recta estos dos sitios con el volcán Popocatépetl y otro sitio denominado Cerro Montero. Posteriormente, determina otro alineamiento que parte del Cerro Teotón hacia la pirámide de Cholula, con un alineamiento de 97.9° y que enlaza otra serie de sitios con restos arqueológicos, uno de los cuales es Apatlaco. Este último sitio se encuentra exactamente al norte del Popocatépetl, así como el Cerro Montero al norte de Cholula. Si se conectan estos cuatro sitios, se forma un paralelogramo, en cuyo centro se localiza el Cerro Teotón, determinado por el cruce de las líneas de los sitios ubicados en las esquinas opuestas, lo que debió servir como referencia para establecer este sitio artificial. Como se puede apreciar, todo este proceso es un claro ejemplo del uso de la geometría como herramienta para la ubicación de un sitio sagrado.

Las operaciones aritméticas y otras características de los números

Una de las principales características de los números utilizados por los pueblos mesoamericanos, que se puede observar, es que se circunscriben al uso de números enteros —cardinales—. Adicionalmente, también se percibe el uso de números negativos, como los denominados números de anillo (Thompson 1960:154, 225, 226, 253; 1988:9, 10, 153, 189, 195) que se encuentran registrados en códices mayas como el *Dresde*, en las páginas 24, 37 y 62 entre otras[9]. Estos números se refieren a la cantidad que habrá de sustraerse de la fecha Era 13.0.0.0.0 4 *Ajaw* 8 *K'umk'u* y por tanto, se refieren a una cantidad en "negativo" a partir de ese evento (*cfr*. Lounsbury 1983:5; Bricker and Bricker 1988:S5). Lo importante en este punto es señalar la concepción del número negativo y sus aplicaciones. Cabe aclarar que existen representaciones de números anillo que no tienen significación como número negativo (Lounsbury 1976:211).

En las matemáticas occidentales, el álgebra nos muestra la manera en que las ecuaciones se conforman con números y letras, en las que éstas denotan variables, pero también pueden representar constantes y otros parámetros. Con esto no se sugiere que en Mesoamérica hubiera existido algún equivalente a las fórmulas algebraicas, pero lo que sí es posible observar es la concepción de distintas categorías de números. Éstas se ven reflejadas en la manera como se registran. Por ejemplo, en los códices de cultura nahua, al registrar los numerales de los días existen diferencias (*vid supra*) al utilizar sólo puntos, y puntos y barras para numerales que representan otras cantidades. En los códices mayas, por ejemplo, por lo general existen diferencias entre los numerales escritos en color rojo con respecto de los que se plasmaron en negro, y que pueden tener connotaciones distintas, unos al representar su valor cuantitativo, mientras que otros expresan un aspecto cualitativo.[10] Destaca esta característica la representación de los números con variantes corporales —variantes de cabeza y de cuerpo completo— registrados por los mayas del Clásico. Ma. Eugenia Gutiérrez (2008) hace un análisis detallado de estas variantes y las deidades asociadas con cada número, muestra cómo los mayas escriben los números en ciertos contextos por medio de las deidades que representan, lo que nos ayuda a comprender esta dualidad en el uso de los números. Se puede observar que las variantes corporales sólo se encuentran asociadas al calendario, tanto en los ciclos de la CL como en los días de la Rueda de Calendario (RC), mientras que, por ejemplo, los números distancia invariablemente se manifestarán en notación de puntos y barras. De esta manera se marcan claras diferencias entre los significados y aplicaciones de los números.



Números "anillo" en el *Códice Dresde*, pags. 24, 37, 62.

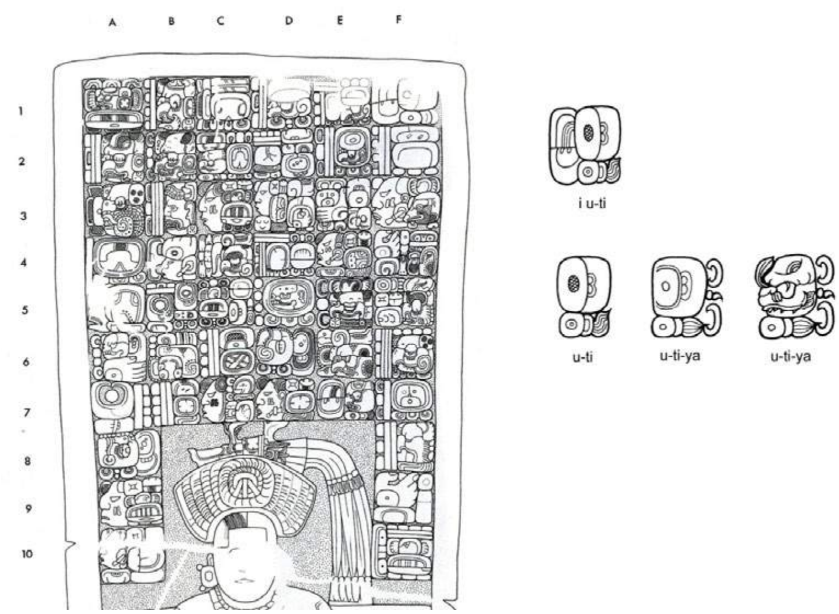
[8] Para una información detallada de las medidas y relaciones en La Quemada, sugiero revisar el artículo de Achim Lelgemann (1997).

[9] La secuencia de paginación que utilizo para el *Códice Dresde*, considera que las tablas de Venus, que se inician en la página 24 y que, en la paginación original de Förstemann, continuaba en la página 46, en realidad continúa en la página 25. Las referencias de páginas que utilizo, por tanto, corresponden a las páginas entre paréntesis de la versión revisada del *Códice Dresde* (ver nota en su página ii).

[10] Para una explicación más detallada de estas características de los números, refiérase al artículo "Almanaques en los códices mesoamericanos: estructura matemática de predicción continua" (Villaseñor s.f.b. para ser publicado posteriormente).

Otro punto substancial que conviene hacer notar, es que no se hizo uso de los números fraccionarios con una notación similar a la occidental, pero sobre este tema hay algunas observaciones importantes. Por ejemplo, al hacer referencia a periodos astronómicos, concretamente de la Luna, en éstos se hace mención a un determinado número de lunaciones dentro de una cantidad de días —que en términos de sus cálculos tienen valores de 29.528302, 29.530120, 29.530303 y 29.533333 días por lunación, dependiendo de la ciudad de que se trate (Villaseñor 2012:289-291)[11]—, cuyas fracciones se indican por medio de la edad de la Luna, o los días que han transcurrido en la lunación que corre. Aunque eso no equivale a una notación fraccional en el sentido estricto, sí lleva implícito el concepto de las fracciones. Adicionalmente, en este punto conviene resaltar el hecho del manejo de los números racionales; si bien, como ya se mencionó, no había notación para los números fraccionarios, en el caso específico del tamaño de un mes sinódico lunar, éste se calculó con base en una cierta cantidad de lunaciones en determinado número de días. Al respecto, en un trabajo previo (Villaseñor 2012:170-183; 2012b:33) he hecho notar que para establecer ese mes sinódico lunar, en Palenque, por ejemplo, se consideró que el período de 886 días fue la cantidad en los que transcurren 30 lunaciones, equivalente a 29.533333 días por lunación. Aunque los palencanos no expresan esta cantidad con números fraccionarios, sí manejan el concepto de un periodo de la lunación, que se calcula por medio del "cociente" de dos cifras, lo que equivale al uso de números racionales, en su versión mesoamericana. En el mismo sentido, los mayas de Waxaktun —originadores de este sistema— determinaron que en el lapso de 2451 días ocurrieron 83 lunaciones, lo que implica 29.530120 días por lunación (Villaseñor 2012:289, 290). Ejemplos de esta naturaleza pueden continuar con el cálculo del año trópico, como también lo expone Teeple (1937:53-66), en las que se proponen dos ecuaciones, una de 35,063 días que transcurren en 96 años, lo que da un equivalente a 365.2396 días por año trópico, y la otra que expresa que en inscripciones de Copán se contabilizan 43,829 días en 120 años, que significa que el año trópico tiene una duración de 365.2417 días (*cfr*. Satterthwaite 1947:6 y apéndice I).

Estos cálculos forzosamente implican la realización de ciertas operaciones aritméticas; al respecto es importante tener presente que no existe un signo equivalente a los operadores aritméticos, aunque hay ciertas convenciones que sirven para tal fin. En las inscripciones mayas del Clásico, una vez que se registra la fecha en CL, la Serie Inicial incluye la indicación del día del *Tzolk'in*, así como de la veintena *Ha'ab*, conjunto conocido como Rueda de Calendario (RC). Debido a que muchas de estas inscripciones relatan distintos sucesos, es común que a esta fecha le sean agregados o sustraídos ciertos periodos, con lo cual se traslada el relato a otra fecha de RC. Para ello, es común la utilización de las expresiones *uhtiiy* "desde que sucedió" e *iuht* "y entonces sucedió", que son indicadores de fechas anterior y posterior respectivamente. En este sentido, son las expresiones que permiten realizar la operación de sustracción o suma del número distancia a partir de la fecha previamente registrada, para arribar a la fecha que se indica en la inscripción y que marca el evento de la siguiente cláusula en el texto glífico.



Texto Estela 3 de Piedras Negras y expresiones *iuht* y *uhtiiy*

Una manera de lograr las operaciones de multiplicación y división es por medio de la realización de sumas y restas sucesivas, como las que se pueden apreciar en las tablas de Venus localizadas en la página 24 del *Códice Dresde*, o en las llamadas tablas de Marte, ubicadas en la páginas 37 y 38 del mismo códice, también conocidas como de múltiplos de 78 (Thompson 1988:189), que algunos autores (Bowditch 1910:198-210; Spinden 1924:54) refieren como tablas de multiplicar aunque en realidad se trata de tablas de productos (*cfr*. Satterthwaite 1947:10, 11). Si bien es cierto que estas series de productos pueden ser el resultado de sumas sucesivas, esto no necesariamente niega la posibilidad de que los antiguos mayas hubieran

[11] En el artículo "Implicaciones calendárico-astronómicas de los glifos C y X de las Series Lunares mayas: caso Copán", preparado con motivo de mi ponencia en el Simposio *La observación del cielo y su aportación para la sociedad y cultura en América*, presentado en el ICA53 (julio 2009), expongo algunos puntos adicionales sobre este tema (Villaseñor s.f.a. para ser publicado posteriormente).

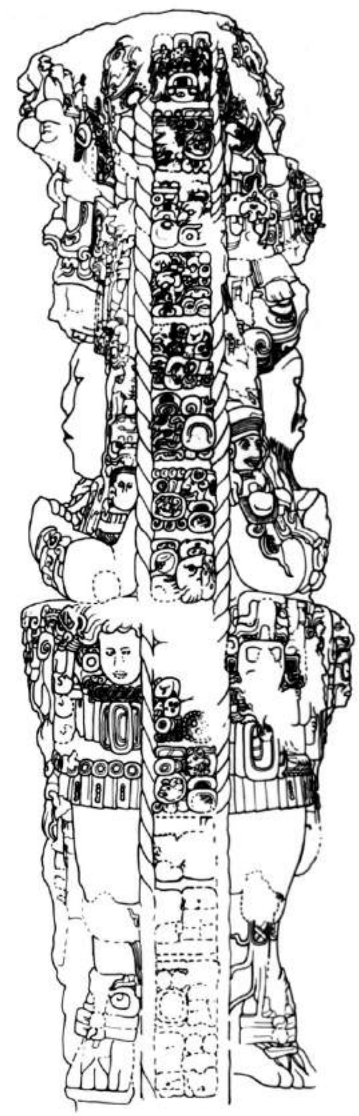
Dossier

sido capaces de realizar las operaciones de multiplicación y división. Esto queda patente en el caso de la Estela C de Copán, lado norte, que inicia con el GISI[12] *K'umk'u* y la declaración 13 *tzutz Kalabtun* "terminó el 13° *Kalabtun*" 5 *Ajaw* 8 *K'umk'u*, equivalente al 9.14.9.5.0 (26/ene/721[13]). Esta última fecha corresponde a la fecha de dedicación del monumento. Después de otras expresiones glíficas, se llega a una fecha conmemorativa, en RC 4 *Ajaw* 18 *Wo*, que equivale al 9.14.18.10.0 (20/mar/730). Ahora bien, lo interesante de este caso es que el final del 13° *Kalabtun* fue una fecha 4 *Ajaw* 18 *Wo*, la misma RC que esta fecha conmemorativa, pero más de 2 millones 50 mil años antes[14]. Para determinar esa fecha —ciertamente no histórica, más bien mítica— de fin de periodo tan significativo, no bastaba con hacer sumas y restas sucesivas, sino una serie de cálculos aritméticos, por demás complejos, que inclusive pudieran requerir del uso de algún tipo de fórmulas para determinar con precisión los datos de la RC. Maricela Ayala (2006) ha expuesto el método para realizar diversos cálculos de fechas mayas, que aunque tiene como objetivo el permitir al investigador correlacionar fechas de CL con su correspondiente RC y sus equivalentes en calendario juliano o gregoriano, el método nos muestra los requerimientos aritméticos para lograrlo. Con esto, de ninguna manera se sugiere que ése hubiera sido el método utilizado por los antiguos mayas, pero sí da cuenta de las complicaciones necesarias para estos cálculos.

Otro ejemplo del uso de estas operaciones aritméticas se puede apreciar en el sitio ya referido de La Quemada, Zacatecas. En el altar central de la Ciudadela, Lelgemann (1997:111-113) expone que, si bien sus medidas no resultan significativas desde el punto de vista simbólico, sí explican la manera como la concepción geométrica del edificio manifiesta el proceso constructivo y la necesidad de las operaciones aritméticas requeridas para el diseño del altar. En las relaciones de proporción de los diversos cuerpos que lo componen, se aprecia que éste tiene como base el número 4, y que las dimensiones de sus distintos elementos son el resultado de la multiplicación de este número por los factores 1, 2, 3, 4, 8 y 16. Este tipo de relaciones y operaciones que fueron utilizadas en el diseño arquitectónico de las varias estructuras se ven por todo el sitio, lo que da muestras del conocimiento matemático y la intencionalidad simbólico numérica de sus constructores.

Aplicaciones que derivan de las operaciones aritméticas

El uso de las operaciones aritméticas permitió a los antiguos mesoamericanos construir herramientas adicionales que sirvieron para otros propósitos y que se ven reflejados de manera significativa en las distintas tablas del *Códice Dresde*. Una de éstas es la generación de series o progresiones como la que se encuentra en las ya referidas páginas 37 y 38 de este códice, que presenta los múltiplos de 78. En la página 38 se expresa una progresión geométrica de múltiplos de 78 hasta llegar al número 780, a partir de la cual, la serie tiene incrementos en múltiplos de 780, pero iniciando con el 3er múltiplo, seguido del 5°, y luego de una serie de números borrados, concluye el segundo bloque con el 12° múltiplo de 780. No corresponde a este trabajo hacer el análisis exhaustivo de esta tabla y sus series o progresiones, simplemente se desea señalar en este punto la existencia y el manejo de estas herramientas matemáticas.



Estela C de Copán, lado norte

Un caso similar de manejo de series o progresiones se encuentra en la página 24 del mismo códice, que es la que

12 Glifo Introductorio de la Serie Inicial.

13 Las fechas cristianas están indicadas en calendario gregoriano.

14 Para otros ejemplos de este tipo de referencias, consultar el apéndice IV de Thompson 1960.

da inicio a las tablas de Venus y que tiene que ver con la construcción de series numéricas —múltiplos de la Revolución Sinódica de Venus (RSV), en incrementos de cinco— que sirven como operadores de corrección (Thompson 1988:153, ss). En las siguientes páginas del códice (*Dresde* pp. 25-29), se construye una serie con incrementos variables de conformidad con los periodos canónicos de las cuatro estaciones principales de Venus —Invisibilidad en la Conjunción Inferior, Visibilidad como Estrella de la Mañana, Invisibilidad en la Conjunción Superior, y Visibilidad como Estrella Vespertina—, que se van incorporando en un acumulado para llegar a la cantidad de 2,920 días, equivalentes a cinco RSV. Este periodo lleva al planeta a una posición muy cercana a la que tuvo al inicio del ciclo, y es la cantidad que se toma como base para crear la serie de múltiplos de la página 24. Otro ejemplo similar de una progresión aritmética con fines prácticos se encuentra en la construcción de las tablas de eclipses, en las que los incrementos consisten en periodos de 177 y 148 días, equivalentes a los periodos de temporadas de eclipses. Estas cantidades son utilizadas para conformar una progresión aritmética, con la sumatoria de todos estos periodos, que entre otras cosas permite determinar con bastante precisión el tamaño de la lunación, al dividir el total de 11,960 días entre 405 lunaciones, equivalente a 29.53086 días (Teeple 1937:52, 53; Villaseñor 2012:64-73; 2012b:30).[15]

Otro tipo de series que se manejan en los códices se encuentran en el uso de los almanaques, estos casos contienen series de números que sirven para trasladar un evento de un día del *Tzolk'in* a otro.[16] Estas series están preparadas de tal manera que la sumatoria total de los intervalos completa un ciclo de 260 días, por un lado, y por el otro, la sumatoria parcial por "renglón" siempre será un múltiplo del número 13. Resulta conveniente hacer notar que existen unos cinco tipos de series para estos almanaques, que son: 1) los compuestos por intervalos iguales; 2) los que se forman con intervalos casi iguales, donde las diferencias pueden ser de ± 1 ó 2; 3) los que consisten de una serie de intervalos casi iguales, a los que al final se le agrega uno o dos intervalos distintos, que sirven para ajustar la sumatoria del "renglón" a la cantidad requerida; 4) los de tipo "sinusoidales", que consisten en intervalos de mayor y menor dimensión que se alternan entre sí; y 5) los que se componen por intervalos irregulares, que pueden haberse derivado de alterar ligeramente algunos intervalos de otros de las categorías previas (Aveni *et al.* 1995:S13-18; Villaseñor s.f.b.).[17]

Un ejemplo más de las progresiones aritméticas con un uso práctico se puede ver en la construcción de la sala hipóstila de La Quemada (*vid supra*). En la conformación del área de esta sala, Lelgemann (1997:114) hace notar que ésta destaca los números calendáricos, en la que existe la división del área de 351 UM^2 en dos bloques, uno de 260 UM^2 y el otro de 91 UM^2, que corresponden a la Cuenta de los Días el primero y a ¼ del año solar el segundo. Lo interesante del caso es que 91 es la sumatoria de la serie de números del uno al 13, y 351 es la sumatoria de la serie de números del uno al 26.

Fragmentos almanaques *Códice Dresde*, pags. 14-18a,b,c

Las series o progresiones aritméticas o geométricas son utilizadas como herramientas de las matemáticas occidentales; en los ejemplos citados en los párrafos anteriores se observa cómo, de manera similar, se construyen series o progresiones para cuestiones específicas. Cabe hacer notar que aún en la actualidad, series de esta naturaleza se siguen construyendo en distintas comunidades, como lo mostró Facundo Vargas Jiménez en la ponencia que presentó en el ICA 53 (2009) con el tema "Las ofrendas de *lipx yukp*: el caso de las cuentas contadas en Santa María Tlahuitoltepec, Mixe". Resulta interesante que éstas se ofrecen en intervalos constantes, las cuales conforman una progresión aritmética con incrementos de 20, lo que puede tener una explicación de construir una ocurrencia que corresponda siempre con el mismo día de la Cuenta de los Días. Así, de esta manera

[15] Existen distintas opiniones tocantes a estas cifras (Berlin 1977:71-73; Thompson 1988:179, ss; Aveni 1991:95, 199-209). Para una explicación detallada de estas variantes y las cantidades correctas, ver Villaseñor 2007:132-134.

[16] Para una descripción detallada de cómo operan los almanaques, refiérase al artículo "Almanaques en los códices mesoamericanos: estructura matemática de predicción continua" (Villaseñor s.f.b. para ser publicado posteriormente).

[17] Para una noción completa de las distintas series de intervalos utilizados en los almanaques, referirse a Aveni *et al.* 1995 y 1996.

se observa cómo la concepción matemática mesoamericana de formar progresiones o series ha permanecido hasta nuestros días, ciertamente no sin sus correspondientes variantes y reinterpretaciones.

Otra aplicación o concepto derivado de las operaciones aritméticas tiene que ver con la rama de las matemáticas denominada combinatoria, que se ocupa del estudio de las colecciones finitas de objetos y que es parte de la teoría de conjuntos. En Mesoamérica, el ejemplo más paradigmático de combinatoria es el de la Cuenta de los Días, que al realizar la combinación permutativa de 13 guarismos con 20 signos de días forma un total de 260 posibles combinaciones. Pero la concepción cíclica del tiempo de los antiguos mesoamericanos los llevó a anillar combinaciones de esta naturaleza; así, se tiene de manera similar la generación de ciclos de 52 años solares de 365 días, que se logran por medio de las combinaciones de días del *Tzolk'in* con el *Ha'ab*, conocido como Rueda de Calendario, y que tiene sus correspondencias exactas en la conformación de los *Xiuhmolpilli* mexicas. Un resultado de estos procesos es que permitió la formación de lo que se conoce como los cargadores de años; esto es, la obtención de los días epónimos, que otorgan nombre a los años (Edmonson 1995:23-25; Urcid 2001:278; Villaseñor 2007:90, ss, 175, ss).

Sobre el manejo de conjuntos, es conveniente mencionar que en Mesoamérica hubo la concepción de esta rama de las matemáticas. Al igual que en los apartados anteriores, no existen documentos que hablen sobre la teoría de conjuntos que hayan manejado los antiguos mesoamericanos; sin embargo, es posible determinar que hubo un tratamiento de éstos, de alguna manera, a partir de las evidencias de su utilización. Tal vez unos de los ejemplos más representativos de esto se encuentran en los códices como el *Cospi* y el *Feyérváry-Mayer* ya mencionados (*vid supra*). En las páginas 5 a 22 de este último se tienen expresiones numéricas en notación de puntos y barras, que representan conjuntos de ofrendas (León-Portilla 2005:28-63). Por ejemplo, en la página 5 de este códice se muestran tres hileras con conjuntos del número 11, dos hileras se forman con 10 conjuntos y la tercera con 11 conjuntos. En este sentido, se tiene la conformación de un conjunto —cada hilera— formado de subconjuntos —10 u 11 conjuntos del número 11—; pero, a su vez, el grupo de las tres hileras conforma un superconjunto de la totalidad de las ofrendas requeridas (León-Portilla 2005:28, 29). Este manejo de los conjuntos es muy similar a lo que la teoría de conjuntos moderna expresa sobre la manera como estos se construyen.[18] Por supuesto, no existen representaciones de los operadores como el de unión, intersección y otros más que se utilizan en la actualidad, pero sí se pueden apreciar los resultados del manejo de estos conjuntos. De manera similar a lo ya comentado sobre las progresiones matemáticas, en la actualidad, se observan las agrupaciones de conjuntos en las ofrendas, un ejemplo claro de ello lo expone Danièle Dehouve en el caso de un depósito ritual tlapaneco que tiene como objeto la toma de poder de nuevos funcionarios de policía. En éste se observa, entre otras cosas, la construcción de un superconjunto formado por 8 conjuntos de 4 manojos cada uno, que se conforman con 8 hojuelas de palma cada uno. Aquí se puede apreciar con toda claridad los subconjuntos de 8 hojuelas que crean los cuatro conjuntos de manojos. Este esquema de conjuntos está presente en toda la ofrenda, con las flores, el copal, hilos de algodón y demás elementos que la componen (Dehouve 2007:162-176).

Conjuntos de ofrendas, *Códice Feyérváry-Mayer*, pag. 5

Algunas conclusiones y reflexiones finales

Dada la diversidad de expresiones matemáticas, antes de emitir algunas conclusiones, conviene hacer un recuento de estas expresiones como se han presentado en este trabajo, y que son: Un sistema numérico vigesimal con sub bases 5 y 10, y con uso del sistema vigesimal puro y *quasi*-vigesimal para el caso de los calendarios. Sistema de notación posicional con uso de un signo para el cero con valor propio, que permite realizar todo tipo de operaciones aritméticas y dimensionar cualquier entidad por grande que ésta sea. Sólo se recurre a tres signos para la construcción de cualquier número, aunque existen variantes de signos para otros casos que los estrictamente aritméticos. En el caso de la geometría se observa el manejo de ángulos, patrones de proporciones y relaciones de triángulos y rectángulos, con construcción del ángulo recto y manifestaciones del equivalente al uso de la geometría

18 Para tener una mejor apreciación de este tema, se puede consultar cualquier bibliografía del tema, como: Lipschutz 1970; Gutiérrez D. 1982; Hernández 1998.

descriptiva. También se encuentra el cálculo de áreas, la construcción de líneas paralelas y perpendiculares. Existen distintas categorías de números, con preponderancia de los números enteros cardinales, la existencia y manejo de números negativos y otras categorías de números, que además de su valor cuantitativo, incluyen un factor cualitativo. Se aprecia la concepción de los números racionales aunque no existe escritura de números fraccionarios, lo que se determina por el uso de operaciones aritméticas y cálculos complejos. También se observa la construcción de series y progresiones numéricas, matemática combinatoria y manejo de conjuntos.

Algunos aspectos de las matemáticas que no se observan —por el momento, ya que conviene hacer una investigación adicional sobre estos y otros puntos más específicos— en los registros son la evidencia de un manejo particular de los números primos u otros de distintas categorías. A pesar de lo mencionado sobre los números racionales, queda la duda de si existió alguna concepción de los números irracionales, ya que, por ejemplo, en las proporciones mencionadas en la sección sobre geometría, existen referencias indirectas a estos números, expresadas en relaciones equivalentes a $\sqrt{2} = 1.4142\ldots$, o de la proporción áurea $\Phi = 1.618\ldots$, que se obtiene de la fórmula $\Phi = 1+(\sqrt{5}-1)/2$. Con esto no se sugiere que ésa hubiera sido la manera de determinar tal proporción, ya que ésta se encuentra implícita en la relación de dos cifras calendáricas, la RSV y el año solar; esto es, $584/365 = 1.6$, muy cercano a los $1.618\ldots$ Una cuestión que a partir de estos puntos será conveniente investigar, es el posible entendimiento mesoamericano de los conceptos de continuidad y discontinuidad.

Por el momento se desconoce cuál haya sido el grado de desarrollo de la geometría, sobre todo si existió la comprensión de las diferencias entre una geometría plana y una esférica. Aquí tampoco se sugiere que los antiguos mesoamericanos hubiesen tenido una concepción occidental de esta materia, sino que hayan tenido alguna concepción que les permitiera diferenciar entre estas dos posibilidades; una vez más, esto es material para futuras investigaciones.

Una de las características que se han utilizado para definir el conocimiento matemático es que éste obedece a un proceso deductivo (*vid supra*). Si bien, a pesar de que en muchos de los ejemplos expresados sobre las matemáticas mesoamericanas éstas se caracterizan por ser manifestaciones empíricas, también es posible observar la existencia de procesos deductivos. Éstos se pueden ver en el cálculo de fechas en RC en distancias de millones de años, o en la elaboración de series numéricas complejas que se encuentran en las distintas tablas del *Códice Dresde*. Muchos de estos procesos son resultado de procedimientos de abstracción, que otorgan a las diversas expresiones matemáticas una utilidad práctica. De esta manera cabe destacar que tales expresiones permitieron a los antiguos pobladores de Mesoamérica reducir las complejidades del cosmos a una sencillez más comprensible; en otras palabras, les permitió expresar, en términos de su cosmovisión, las realidades observadas en los fenómenos de la naturaleza.

Desde esta perspectiva, el conocimiento matemático mesoamericano cumple con la definición de las matemáticas como una ciencia de lo posible, puesto que, por ejemplo, en las tablas de eclipses del *Códice Dresde* (pp. 30-37), éstas bien pudieron ser utilizadas para la predicción de los mismos. No se trata de una tabla de efemérides, ya que no registran los eclipses que ocurrieron en el lapso comprendido, y la intercalación de los periodos de 148 días entre las varias ocurrencias de 177 días no corresponden enteramente con lo que sucede en realidad con este fenómeno. Sin embargo, estas tablas permitieron establecer, a partir de la observación y de otros procesos ciertamente deductivos, las temporadas de eclipses, sea que éstos fueran o no visibles en su localidad y dentro de un margen de tres días para cada uno.

Otra cuestión tiene que ver con los grupos que desarrollaron y utilizaron este conocimiento. Por ejemplo, en el Viejo Mundo, el conocimiento matemático fue utilizado y enseñado —en las tablillas mesopotámicas— no solamente para los propósitos e intereses de los grupos de élite, sino también para cuestiones de la vida cotidiana. En Mesoamérica, el conocimiento y el uso de esta ciencia se da sobre todo en el ámbito de los grupos de poder, con asuntos que tienen que ver con temas de religión y de su propia cosmovisión. Por supuesto, los registros son exclusivos de la élite y por tanto se puede inferir que ellos eran los que hacían uso de esta herramienta del conocimiento; no obstante, si se nos permite la libertad de pensamiento, opinamos que el pueblo común también la utilizó, quizá en transacciones comerciales, en la agrimensura u otros tratos de uso cotidiano, pero consideremos un ejemplo en otro ámbito.

Un argumento de lo anterior se puede tener en el ejercicio de la construcción, en la que los arquitectos, miembros de la élite y de los grupos de poder, con certeza utilizaron las matemáticas en varias de sus ramas para el diseño de sus estructuras. Se desconoce hasta qué grado el maestro de obras pudo haber pertenecido a estos grupos de élite, aunque pensamos que bien pudieron ser miembros de ésta. Si ese fuera el caso, el conocimiento de las matemáticas seguiría siendo de uso exclusivo de estos grupos, toda vez que el maestro de obras tiene por objeto interpretar el diseño arquitectónico y explicarlo a los cuerpos de mano de obra directa; pero no solamente esto, sino que debe conocer, explicar y enseñar a sus trabajadores la manera de hacer las cosas. Por ejemplo, cómo debe el trabajador trazar un ángulo recto para la construcción de una pirámide; especulemos un poco, que debiera utilizar la relación del triángulo rectángulo de relación 3:4:5. Con el tiempo, el propio trabajador tiene la experiencia suficiente y el conocimiento de que esa relación le permite trazar ángulos rectos, quizá inclusive desarrolla sus propios métodos para el manejo de ángulos, longitudes, diagonales y otras características de las figuras

Dossier

de la geometría plana, con lo que el conocimiento matemático, quizá limitado y muy específico, permeó a los distintos niveles de la sociedad, aunque como es claro, éste fue sobre todo privativo de los grupos de poder.

En este trabajo se han mostrado aquellas ramas de las matemáticas que están presentes en el conocimiento de los pueblos mesoamericanos. Se ha hecho un breve recuento de lo que fue la historia y el desarrollo de las matemáticas occidentales, de la manera cómo diversos pueblos del Viejo Mundo —Asia, Asia Menor, África y Europa— contribuyeron en distintas épocas y de diferentes maneras en la conformación de lo que son las matemáticas en el mundo moderno, y no como desarrollo exclusivo de un pueblo. Se mostró cómo con cada aportación surgen distintas ramas o nuevas herramientas matemáticas, que han permitido hacer un "comparativo" con las correspondientes versiones mesoamericanas. Se ha visto cómo las menciones matemáticas de los antiguos pobladores de la India se encuentran en sus libros sagrados, sin ser éstos propiamente compendios sobre matemáticas, pero que éste conocimiento está implícito en distintas declaraciones. De manera similar, en Mesoamérica, al no existir tratados de matemáticas, el conocimiento del tema lo tenemos que deducir a partir de ciertos tipos de expresiones o de otras manifestaciones.

Por otra parte, así como las matemáticas occidentales son producto de la colaboración de diversos pueblos, las matemáticas mesoamericanas también lo son. En este sentido, es posible que no sólo hayan participado los pueblos de cada una de las áreas en las que se divide Mesoamérica, sino que muy probablemente hubiese existido la contribución de otros pueblos como los grupos centroamericanos, caribeños o andinos y sudamericanos, e inclusive con el concurso de grupos de Norteamérica. Todos estos planteamientos se presentan para señalar tan sólo las distintas vertientes de investigación que surgen para futuros estudios sobre el tema de las matemáticas en Mesoamérica.

Agradecimientos

Quiero expresar mi gratitud a las Dras. Johanna Broda y Danièle Dehouve por la oportunidad de contribuir con este trabajo en el simposio "Conteos numéricos y rituales calendáricos en las culturas indígenas de América: Mesoamérica, los Andes y aspectos comparativos", del ICA53. Asimismo agradezco a los participantes de las reuniones postcongreso que se llevaron a cabo en el Instituto de Investigaciones Históricas de la UNAM, de donde, gracias a los comentarios y contribuciones de todos ellos surgió la idea e información para este trabajo. Agradezco a la Dra. Broda y al Mtro. Roberto Villaseñor por la revisión y sus observaciones al presente texto, cualquier error o imprecisión que haya permanecido en éste, son de mi exclusiva responsabilidad. Adicionalmente, deseo agradecer al Programa de Posgrado en Estudios Mesoamericanos de la Facultad de Filosofía y Letras de la UNAM, por su apoyo económico para mi participación en el citado congreso.

Bibliografía

ABBAGNANO, Nicola
2004 *Diccionario de filosofía* 4ª ed., Fondo de Cultura Económica, México.

AVENI, Anthony F.
1991 *Observadores del cielo en el México Antiguo*, [1980], México, Fondo de Cultura Económica, Jorge Ferreiro trad., (Sección Obras de Antropología).

AVENI, Anthony F., Steven J. Morandi and Polly A. Peterson
1995 "The Maya Number of Time: Intervalic Time Reckoning in the Maya Codices" Part 1, in *Archaeoastronomy* (supplement to *Journal for the History of Astronomy*), N° 20, pp. S1-S28.
1996 "The Maya Number of Time: Intervalic Time Reckoning in the Maya Codices" Part 2, in *Archaeoastronomy* (supplement to *Journal for the History of Astronomy*), N° 21, pp. S1-S32.

AYALA Falcón, Maricela
2006 "Técnicas para el manejo del sistema calendárico maya", en *Curso Taller de escritura jeroglífica maya. Dinastías, alianzas y guerras en la Cuenca del Usumacinta*, UNAM-IIFL-CEM, México.

BARRIGA Puente, Francisco
2010 *tsik *Los números y la numerología entre los mayas*, INAH, México.

BELL, E. T.
1985 *Historia de las matemáticas*, 2ª. Ed. Fondo de Cultura Económica, México.

BERLIN, Heinrich
1977 *Signos y significados en las inscripciones mayas*, Guatemala, INPCG.

BOWDITCH, Charles P.
1910 *The Numeration, Calendar Systems and Astronomical Knowledge of the Mayas*, University Press, Cambridge. (Citado en Satterwaithe 1947).

BRICKER, Victoria R. and Harvey M. Bricker
1988 "The Seasonal Table in the Dresden Codex and Related Almanacs", in *Archaeoastronomy* (supplement to *Journal for the History of Astronomy*), N° 12, pp. S1-S61.

CALVIN, Inga E.
2004 *Maya Hieroglyphics Study Guide*, revision 2004, (Electronic file from FAMSI).

Códice Cospi
Edición facsimilar del manuscrito de la Biblioteca Universitaria, Bologna, Akademische Druck – und Verlagsanstalt, Graz, Austria, 1968, archivo electrónico de la página web de FAMSI.

Códice Dresde
1983 Reproducción del *Códice de Dresde*, Fondo de Cultura Económica, México.

Códice Fejérváry-Mayer
2005 "El Tonalámatl de los Pochtecas (*Códice Fejérváry-Mayer*)", Miguel León-Portilla, en *Arqueología Mexicana*, México, Editorial Raíces, ed. Especial N° 18.

COURANT, Richard y Herbert Robbins
2002 *¿Qué son las matemáticas? Conceptos y métodos fundamentales*, Fondo de Cultura Económica, México.

DEHOUVE, Danièle
2007 *La ofrenda sacrificial entre los tlapanecos de Guerrero*, Plaza y Valdés, México.
2011 *L'imaginaire des nombres ches les anciens Mexicains*, Presses Universitaries de Rennes, Rennes.

DE MORA, Juan Miguel y Marja Ludwika Jarocka
2003 *Apuntes para una historia de las matemáticas y la astronomía en la India antigua*, Instituto de Investigaciones Filológicas – UNAM, México.

EDMONSON, Munro S.
1995 *Sistemas calendáricos mesoamericanos. El libro del año solar*, Pablo García Cisneros trad., México, UNAM-IIH, (Serie de Culturas Mesoamericanas: 4).

EVES, Howard W.
1961 "Mathematics", in *The Encyclopedia Americana*, Vol. 18, Americana Corporation, New York, Chicago, Washington, D.C., pp. 431-434.

GROVE, David C.
1970 *Los murales de la Cueva de Oxtotitlán, Acatlán, Guerrero. Informe sobre las investigaciones arqueológicas en Chilapa, Guerrero, Noviembre de 1968, XXIII*, México, INAH.

GUTIÉRREZ Ducóns, Juan Luis
1982 *Teoría de conjuntos*, Cultural, Barcelona.

GUTIÉRREZ González, Ma. Eugenia
2008 *El paso del* Katun*: La personificación del tiempo entre los mayas del Clásico*, tesis de maestría en Estudios Mesoamericanos, UNAM, México.

HERNÁNDEZ Hdz., Fernando
1998 *Teoría de conjuntos*, Sociedad Matemática Mexicana, México.

HEYTING, A.
1934 *Mathematische Grundlagenforschung. Intuitionismus und Beweistheorie*, IV. (Citado en Abbagnano 2004:686)

KUHN, Thomas
2005 "Las revoluciones como cambios de la concepción del mundo", en *Filosofía de la ciencia: teoría y observación*, León Olivé y Ana Rosa Pérez Ransanz comps., Siglo XXI eds., Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, México

LANDA, Fray Diego de
1994 *Relación de las cosas de Yucatán*, [1566], México, Consejo Nacional para la Cultura y las Artes, María del Carmen León Cázares est. prelim., (Cien de México).

LELGEMANN, Achim
1997 "Orientaciones astronómicas y el sistema de medida en La Quemada, Zacatecas, México", en *Indiana* No. 14, Berlin, pp. 99-125.

LEÓN-PORTILLA, Miguel
2005 "El Tonalámatl de los Pochtecas (Códice Fejérváry-Mayer)", en *Arqueología Mexicana*, México, ed. Especial N° 18.

LIPSCHUTZ, Seymour
1970 *Teoría y problemas de teoría de conjuntos y temas afines*, McGraw-Hill, México.

LOUNSBURY, Floyd G.
1976 "A Rationale for the Initial Date of the Temple of the Cross at Palenque", en *The Art, Iconography & Dynastic History of Palenque, Part III,* edited by Merle Greene Robertson, Pebble Beach, California: Pre-Columbian Art Research, The Robert Louis Stevenson School. (Segunda Mesa Redonda de Palenque, 14-21 de Diciembre de 1974, Palenque)
1983 "The Base of the Venus Table of the Dresden Codex, and its Significance for the Calendar-correlation Problem", in Anthony F. Aveny and Gordon Brotherston, eds., *Calendars in Mesoamerica and Peru: Native American Computations of Time*, Oxford, Norman Hammond ed., (BAR International Series 174) Proceedings of the 44th International Congress of Americanists, Manchester 1982, pp. 1-26.

MARCUS, Joyce
2000 "Los calendarios prehispánicos", en *Arqueología Mexicana*, México, Editorial Raíces, S.A. de C.V., Instituto Nacional de Antropología e Historia, Enero – Febrero 2000, Vol. VII – Núm. 41, pp. 12-19.

MARCUS, Joyce y Kent V. Flannery
1996 *Zapotec Civilization. How Urban Society Evolved in Mexico's Oaxaca Valley*, New York, Thames and Hudson, Ltd.

MARTÍNEZ del Sobral, Margarita
2000 *Geometría mesoamericana*, Fondo de Cultura Económica, México.

MEDINA Ramos, Gerardo
1999 *Nahuatl*, *Curso*, Betty Jo Taffe y William J. Taffe comps., Casa de Cultura de Cholula, San Pedro Cholula, Pue.

NEUGEBAUER, Otto
1957 *The Exact Sciences in Antiquity*, 2nd. Ed., Brown University Press, Providence, R.I.

POHL, Mary E. D., Kevin O. Pope, Christopher von Nagy
2002 "Olmec Origins of Mesoamerican Writing", archivo electrónico de Florida State University, [archivo creado] Diciembre 2002. http://www.anthro.fsu.edu/research/meso/Pohltext.doc

PONCE DE LEÓN Huerta, Arturo
1991 "Propiedades geométrico-astronómicas en la arquitectura prehispánica", en *Arqueoastronomía y etnoastronomía en Mesoamérica*, Johanna Broda, Stanislaw Iwaniszewski y Lucrecia Maupomé eds., IIH-UNAM, México, pp. 413-446.
2006 *Pervivencia mesoamericana y sincretismo urbanos en el poblamiento colonial mexicano*, Tesis de maestría, México, Universidad Autónoma del Estado de Morelos-Facultad de Arquitectura.

ROMERO Conde, Paulino
2004 *Numerología matemática maya*, Mérida, Yuc., Centro de Estudios del Mundo Maya.

SATTERTHWAITE, Jr., Linton
1947 *Concepts and Structures of Maya Calendrical Arithmetics*, University of Pennsylvania, The Philadelphia Anthropological Society, Philadelphia.

SCHIFFERES, Justus
1960a "Science Through the Ages: Antiquity (to 450 A.D.) I", in *The Book of Popular Science*, vol. 1, The Grolier Society Inc., New York-Toronto, pp. 231-246.
1960b "Science Through the Ages: Antiquity (to 450 A.D.) II", in *The Book of Popular Science*, vol. 1, The Grolier Society Inc., New York-Toronto, pp. 355-368.
1960c "Science Through the Ages: Renaissance (1450-1600)", in *The Book of Popular Science*, vol. 2, The Grolier Society Inc., New York-Toronto, pp. 361-376.
1960d "Science Through the Ages: Science Grows Up (1600-1765) I", in *The Book of Popular Science*, vol. 3, The Grolier Society Inc., New York-Toronto, pp. 1-21.
1960e "Science Through the Ages: Science Grows Up (1600-1765) II", in The Book of Popular Science, vol. 3, The Grolier Society Inc., New York-Toronto, pp. 265-282.

SHARER, Robert J.
1998 *La civilización maya*, 3ª ed., Ma. Antonieta Neira Bigorra trad., México, Fondo de Cultura Económica, (Sección Obras de Antropología).

SOUSTELLE, Jacques
1984 *Los olmecas*, México, Fondo de Cultura Económica.

SPINDEN, Herbert J.
1924 *The Reduction of Maya Dates*, Papers of the Peabody Museum of American Archaeology and Ethnology, Harvard University, vol. 6 no. 4, Cambridge. (Citado en Satterwaithe 1947).

TEDLOCK, Barbara
1992 *Time and the Highland Maya*, Revised edition, Albuquerque, University of New Mexico Press.

TEEPLE, John D.
1937 *Astronomía Maya*, SEP-Publicaciones del Museo Nacional de México, México.

THOMPSON, J. Eric S.
1960 *Maya Hieroglyphic Writing. An Introduction*, [1950], 2ª ed., Oklahoma, University of Oklahoma Press: Norman, (Civilization of the American Indian Series N° 56).
1988 *Un comentario al Códice de Dresde: Libro de jeroglifos mayas*, [1972], Fondo de Cultura Económica, México.

TICHY, Franz
1991 *El mundo ordenado de los pueblos indígenas. Un ejemplo del ordenamiento del espacio y el tiempo en el México Precolombino*, ms. de traducción de Johanna Broda, s.f., *Die geordnete Welt indianischer Völker: ein Beispiel von Raumordnung und Zeitordnung im vorkolumbischen Mexiko*, Stuttgart, Ed. Franz Steiner Verlag.
1993 "Mesoamerican geometry combined with astronomy and calendar: the way to realize orientation", in *Archaeoastronomy in the 1990's*, Clive Ruggles editor, Loughborough, Uk., Group D Publications, Ltd., pp. 278-287.

TUCKER, Tim
2001 "El asentamiento prehispánico de "Cerro Teotón": un *axis mundi* en la región oriental del Valle Poblano", en *La Montaña en el paisaje ritual*, Johanna Broda, Stanislaw Iwaniszewski y Arturo Montero coords., ENAH-UNAM-BUAP, México, pp. 65-81.

URCID Serrano, Javier
2001 *Zapotec Hieroglyphic Writing*, Washington, D.C., Dumbarton Oaks Trustees for Harvard University, (Studies in Pre-Columbian Art and Archaeology: 34).

VALVERDE V., Marilyn
2005 Ulabari'i ca número. *Leamos los números: Zapoteco de Santa Ana Yareni*, 4ª ed., Instituto Lingüístico de Verano, A.C., México (Versión electrónica).

VILLASEÑOR M., Rafael E.
2007 *Los calendáricos mesoamericanos: analizados desde una perspectiva interdisciplinaria*, tesis de maestría en Estudios Mesoamericanos, UNAM, México.
2009 "El mundo ordenado de los pueblos indígenas. Reflexiones acerca de la obra de Franz Tichy", en *Cosmovisión mesoamericana y ritualidad agrícola. Estudios interdisciplinarios y regionales*, Johanna Broda y Alejandra Gámez coords., Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, pp. 183-204.
2012 *El conocimiento astronómico de los antiguos mayas: estudio a partir de las Series Lunares*, tesis de doctorado, UNAM, México.
2012b "La Luna, portadora de augurios entre los mayas", en *KinKaban*, nº 2, jul-dic 2012, pp. 28-40.
s.f.a. "Implicaciones calendárico-astronómicas de los glifos C y X de las Series Lunares mayas: caso Copán". Artículo preparado con motivo de la ponencia presentada en el simposio *La observación del cielo y su aportación para la sociedad y cultura en América*, en el ICA53, 2009, para ser publicado en volumen colectivo.
s.f.b. "Almanaques en los códices mesoamericanos: estructura matemática de predicción continua". Artículo preparado con motivo de la ponencia presentada en el simposio *Conteos numéricos y rituales calendáricos en las culturas indígenas de América: Mesoamérica, los Andes y aspectos comparativos*, en el ICA53, 2009, para ser publicado posteriormente.

WAGNER, Elizabeth
2000 "Mitos de la creación y cosmografía de los mayas", en *Los Mayas. Una civilización milenaria*, Nikolai Grube, Eva Eggebrecht y Matthias Seidel eds., Bergamo, Könemann Verlagsgesellschaft mbH, pp. 280-293.